CONCURSUL „URMAŞII LUI MOISIL"

10 MAI 2025

Proba de MATEMATICĂ-BAREM DE EVALUARE ŞI NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Punctaj din oficiu: 10 puncte

1. Subiect 1 (9 puncte)

Află valoarea numărului natural $x = a + b + 871$, știind că:

- a este suma dintre dublul numărului 189 și treimea numărului 888.
- b este diferența dintre cel mai mare număr par de trei cifre distincte și sfertul numărului 2024.

$a = 2 \cdot 189 + 888 : 3 = 378 + 296 = 674$	4p
$b = 986 - 506 = 480$	4p
$x = 2025$	1p

2. Subiect 2 (9 puncte)

a. Un număr natural de forma $\overline{abcd}$ se numește *admis* dacă are loc relația:

$$\overline{abc} : (c + d) = 28 \text{ rest } 6.$$

Verificați dacă 2025 este *număr admis*.

$\overline{abc} = 202; (c + d) = 7$	1p
$202 : 7 = 28$ rest 6, deci 2025 este *admis*	2p

b. Determinați numărul natural x din relația de mai jos:

$$2025 : \{298 - [3 + 140 : (25 - x)]\} = 9$$

$\{298 - [3 + 140 : (25 - x)]\} = 2025 : 9 = 225$	2p
$[3 + 140 : (25 - x)] = 298 - 225 = 73$	1p
$140 : (25 - x) = 73 - 3 = 70$	1p
$25 - x = 140 : 70$	1p
$25 - x = 2, x = 23$	1p

3. Subiect 3 (18 puncte)

Un bazin de înot poate fi umplut de 3 robinete identice în 7 ore. La început, bazinul este gol. Pornim simultan toate cele 3 robinete. După o oră, se oprește primul robinet, iar după alte 4 ore, se oprește și al doilea robinet.

În câte ore se umple bazinul?

Bazinul este împărțit în $3 \cdot 7 = 21$ părți.	1p
3 robinete .... 21 părți .... 7 ore 1 robinet .... 21 părți .... $7 \cdot 3 = 21$ ore 1 robinet .... 1parte .... $21 : 21 = 1$ oră. 3 robinete .... .3 părți .... 1 oră (relația 1)	5p

Apoi, 1 robinet .... 1parte .... 1 oră. 2 robinete .... .2 părți .... 1 oră. 2 robinete .... .8 părți .... $1 \cdot 4 = 4$ ore (relația 2)	5p
Apoi, 1 robinet .... 1parte .... 1 oră. 1 robinet ....10 părți ....$1 \cdot 10 = 10$ ore (relația 3)	4p
Folosind relația 1, relația 2 și relația 3, verificăm: $3 + 8 + 10 = 21$ părți, adică tot bazinul. Se va umple în: $1 + 4 + 10 = 15$ ore	3p

4. Subiect 4 (18 puncte)

În *Săptămâna Verde*, clasa noastră vrea să planteze pomișori, în rânduri egale. Dacă i-ar planta în rânduri de câte 6, ar obține 9 rânduri complete, dar ar rămâne câțiva pomișori neplantați. Dacă i-ar planta în rânduri de câte 12, i-ar rămâne 8 pomișori neplantați. Aflați câți pomișori trebuie să planteze clasa noastră.

Notăm cu p numărul pomișorilor. Atunci $p = 6 \cdot 9 + r$, cu $r < 6, r \neq 0$ și $p = 12 \cdot c + 8$	5p
Obținem: $12 \cdot c - r = 46$; observăm că r este număr par, nenul, mai mic ca 6, adică r poate fi doar 2 sau 4.	5p
Dacă $r = 2$, atunci $12c = 48$ și $c = 4$. Dacă $r = 4$, atunci $12c = 50$, c nu va fi număr natural	5p
Numărul pomișorilor va fi: $p = 54 + 2 = 56$	3p

5. Subiect 5 (18 puncte)

Mihaela a cules 15 trandafiri albi și roșii. Aflați numărul trandafirilor albi și al celor roșii, știind că, oricum am împărți cei 15 trandafiri în 3 buchete egale, în fiecare buchet se va afla cel puțin un trandafir roșu și va exista un buchet cu cel puțin 2 trandafiri albi.

(*Gazeta Matematică*)

Dacă împărțim cei 15 trandafiri în 3 buchete egale, fiecare buchet va avea $15 : 3 = 5$ flori.	1p
Dacă avem 2 sau 3 trandafiri albi, putem avea o situație în care fiecare trandafir se poate pune în câte un buchet, așadar, nu se respectă condiția 2: un buchet cu cel puțin 2 trandafiri albi. Astfel, vor fi cel puțin 4 trandafiri albi.	5p
Dacă avem cel mult 10 trandafiri roșii, putem avea situația în care un buchet nu are trandafir roșu, nu se respectă condiția 1.	5p
Dacă avem cel puțin 12 trandafiri roșii din cei 15, atunci nu putem avea cel puțin 4 trandafiri albi.	4p
Dacă avem 11 trandafiri roșii, oricum am împărți trandafirii roșii în buchete de câte 5 flori, în fiecare buchet ar fi un trandafir roșu. Astfel, sunt 11 trandafiri roșii și 4 trandafiri albi.	3p

6. Subiect 6 (18 puncte)

Se consideră șirul 7, 8, 10, 14, 15, 17, 21, 22, 24, ... Să se determine suma dintre al 100-lea termen din șir, al 2025-lea termen din șir și cel mai mic termen din șir mai mare sau egal cu 10000.

Observăm că șirul conține doar numere mai mari sau egale cu 7, printre care sunt toate cele care se împart exact la 7, cele care dau restul 1 la împărțirea la 7 și cele care dau restul 3 la împărțirea la 7.	2p
Formăm astfel grupe de câte trei numere: (7,8,10), (14,15,17), (21,22,24), ș.a.m.d. În fiecare grupă avem numere care dau același cât la împărțirea prin 7, însă resturi diferite.	2p
Cum numărul grupei este egal cu câtul împărțirii celui mai mic număr din acea grupă la 7, atunci primele 33 de grupe vor genera primii 99 de termeni ai șirului, iar al 100-lea termen al șirului va fi primul termen din cea de-a 34-a grupă.	3p
Prin urmare, al 100-lea termen este $7 \cdot 34 = 238$.	3p
Cum $2025 = 3 \cdot 675$, atunci al 2025-lea termen este ultimul termen din grupa 675, adică $7 \cdot 675 + 3 = 4728$.	3p
Cum $10000 = 7 \cdot 1428 + 4$, obținem că primul termen al șirului mai mare decât 10000 este $7 \cdot 1429 = 10003$.	3p
Suma căutată este astfel $238 + 4728 + 10003 = 14969$.	2p